



[organizacyjneta.koszalin.pl/bpi](http://organizacyjneta.koszalin.pl/bpi)

## ZADANIA KONKURSOWE

### I etap

### XXVII edycja konkursu „Bieg po Indeks”

Zestaw 3

#### Zadania z matematyki

Treści zadań:

##### Zadanie 1.

Dla jakich wartości parametru  $a$  równanie:  $x^4 - 2(a^2 + 10a + 28)x^2 + 4 = 0$  ma cztery pierwiastki? Jaka jest wtedy suma pierwiastków dodatnich?

##### Zadanie 2.

Sporządzić wykres funkcji  $f(x) = |x^2 - 2|x| - 3|$ , a następnie na jego podstawie podać liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$ , w zależności od parametru  $m \in \mathbb{R}$ .

##### Zadanie 3.

Rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} \log_5 \log_2 x + \log_5 \log_2 y = 0 \\ \log_4 y + \log_2 \sqrt[4]{x} + 2 \log_2 \sqrt{x} = 2 \end{cases}$$

##### Zadanie 4.

W trapezie prostokątnym opisanym na okręgu o promieniu  $r = \sqrt{6}$  kąt ostry ma miarę  $75^\circ$ . Znaleźć pole tego trapezu.

##### Zadanie 5.

Spośród cyfr: 1, 2, 3, ..., 9 losujemy ze zwracaniem trzy cyfry zapisując je w kolejności losowania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zapisana w ten sposób liczba:

a) jest podzielna przez 3,

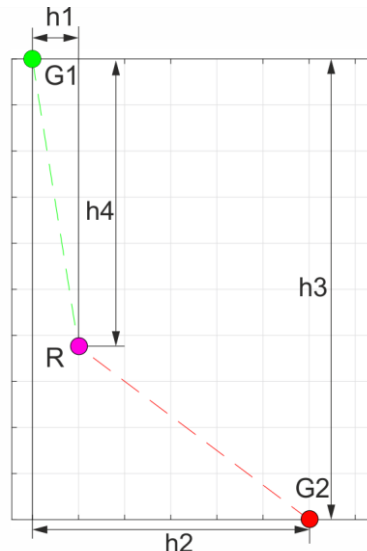
b) jest większa od 345?

# Zadania z informatyki

## Treści zadań:

### Zadanie 1.

W pomieszczeniach (patrz rys. 1) w punktach G1 i G2 mają zostać zamontowane grzejniki, a w punkcie R rozdzielacz rozprowadzający ciepłą i zimną wodę. Należy opracować program w dowolnym języku programowania, który dla zadanych długości  $h_1$ ,  $h_2$  oraz  $h_3$  umożliwi wyznaczenie położenia punktu R względem punktu G1 (długość  $h_4$ ) w taki sposób, aby suma odległości  $|G1R| + |G2R|$  była najkrótsza.



Rys. 1. Schemat do analizy położenia grzejników i rozdzielacza

W opracowanym programie można przyjąć, że  $h_1 = 2,5$  m,  $h_2 = 11$  m i  $h_3 = 13$  m.

### Zadanie 2.

Dana jest następująca tablica zawierająca bajty zapisane szesnastkowo.

FA	E1	E6	F8	EA	FD	FC	F6	FB	EA	FB	00
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tablica ta zawiera zaszyfrowane jedenastoliterowe słowo w formacie ASCII. Każdy bajt słowa został zaszyfrowany przy użyciu pewnego klucza oraz operatora alternatywy wykluczającej (XOR). Ostatni bajt tablicy jest null terminatorem (bajtem zerowym oznaczającym koniec ciągu znaków) i nie został zaszyfrowany.

Wiedząc, że:

1. klucz jest ośmiobitowy,
2. funkcja skrótu (hash) zaimplementowana następująco (zapis w języku C++):

```
unsigned int hash = 1;

for (int i = 0; i < 11; i++)
{
    hash *= tablica[i];
    hash /= 7 + (hash & 3);
}
```

dla odszyfrowanego słowa daje wartość hash równą (CCF984A)16,

napisz program do odszyfrowania słowa metodą bruteforce. Jakie jest odszyfrowane słowo? Jaki jest klucz?

### Zadanie 3.

Narysuj schemat blokowy odpowiadający fragmentowi kodu źródłowego w języku C# z listingu 3. Dodatkowo podaj wartość zmiennych *wsp1*, *wsp2* i *ilosc*, po wykonaniu algorytmu. Podaj również jakie zadanie algebraiczne jest rozwiązywane za pomocą tego kodu.

Listing 3

```
//Listing kodu C#, rozwiązującego popularne zadanie algebraiczne.
int par1 = 2;
int par2 = 6;
int par3 = 1;
int ilosc = 0;

double wsp1, wsp2, wsp_D;

wsp_D = par2 * par2;
wsp_D = wsp_D - (4 * par1 * par3);

if (wsp_D == 0x0000)
{
    wsp1 = -par2 / (par1 + par1); ilosc = 1; }
else if (wsp_D > 0x0000b)
{
    ilosc = 2;
    wsp1 = (-par2 - Math.Sqrt(wsp_D)) / (par1 + par1);
    wsp2 = (-par2 + Math.Sqrt(wsp_D)) / (par1 + par1);
}
else
    ilosc = 0;
```

**Zadanie 4.**

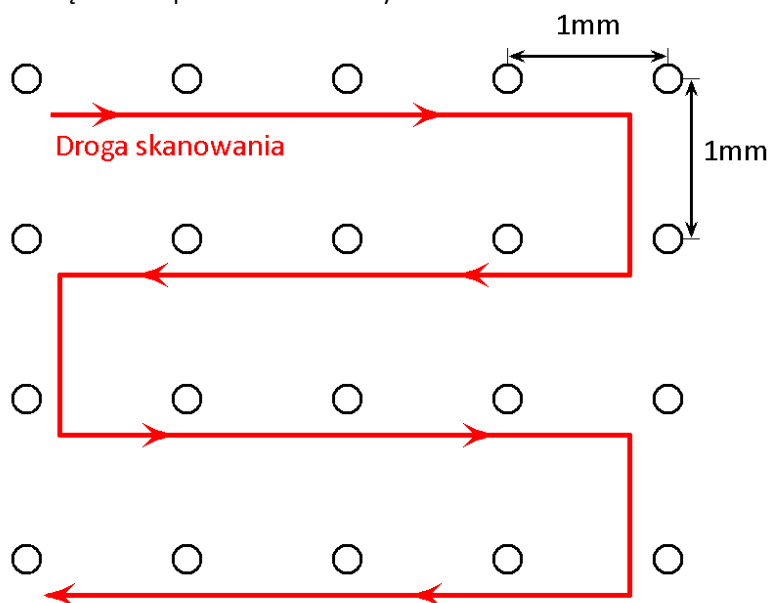
Napisz program tworzący dynamicznie tablicę dwuwymiarową o wymiarach x wierszy, v kolumn. Parametry x i v pobierane są od użytkownika po uruchomieniu programu. Utworzoną tablicę program ma wypełniać losowymi wartościami z zakresu [67, 324]. W tym celu skorzystaj z generatora liczb pseudolosowych.

Po utworzeniu i wypełnieniu tablicy program ma wydrukować zawartość tablicy na ekranie, a potem wypisać dla każdego wiersza następujące informacje:

- wartość najmniejsza w wierszu (min),
- wartość największa w wierszu (max),
- wartość średnia w wierszu (avg),
- mediana w wierszu.

**Zadanie 5.**

Skaner wykonuje pomiar natężenia oświetlenia w pewnym obszarze o znanych wymiarach A x B mm. Pomiar odbywa się punkt po punkcie, gdzie sąsiadujące ze sobą punkty pomiarowe są ustawione w odległości 1 mm od siebie. Sposób poruszania się skanera przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Punkty pomiarowe oraz sposób poruszania się skanera

Wartości z pomiaru zapisywane są w jednowymiarowej tablicy  $T[A*B]$ . Napisz program w pseudokodzie lub dowolnym języku programowania, który umieści wynik pomiaru w macierzy dwuwymiarowej  $M[A][B]$  w taki sposób, aby każdy punkt macierzy odpowiadał danemu punktowi z obszaru.

## Zadania z fizyki

Treści zadań:

11. Blaise Pascal wykonał wersję barometru Torriciellego używając zamiast rtęci... wina Bordeaux (gęstość  $984 \text{ kg/m}^3$ ). Jaka była wysokość słupa wina w tym barometrze? Czy można się spodziewać że próżnia ponad winem była tak dobra jak nad rtęcią?
12. Nietoperz może wykryć obiekty (na przykład smakowite insekty) tak małe jak długość fali dźwiękowej przez nietoperza wytwarzanej. Zakładając, że częstotliwość wytwarzanej fali to  $60 \text{ kHz}$  a prędkość rozchodzenia się to  $340 \text{ m/s}$  oblicz wielkość najmniejszego kąska dla nietoperza.
13. Ponaddźwiękowy samolot lecący z prędkością mach 3 na wysokości  $20 \text{ tys. metrów}$  nad głową przechodnia. W chwili początkowej samolot znajduje się dokładnie nad przechodniem. Po jakim czasie człowiek usłyszy dźwięk fali uderzeniowej? Gdzie będzie wtedy znajdował się samolot? Przyjmij, że prędkość dźwięku to  $335 \text{ m/s}$ .
14. Znajdź przyrost temperatury taki by stalowy pręt o średnicy  $4 \text{ mm}$  wydłużył o tyle samo co rozciągany przez siłę  $500 \text{ N}$ . Potrzebne dane, to znaczy moduł Younga (moduł sprężystości) oraz współczynnik rozszerzalności termicznej, znajdź samodzielnie.
15. Do szybkowara o objętości  $2 \text{ l}$  wiano  $9 \text{ g}$  wody. Jakie będzie panowało w nim ciśnienie jeśli podgrzejemy zawartość do  $500^\circ\text{C}$  przy założeniu, że naczynie jest szczelne?